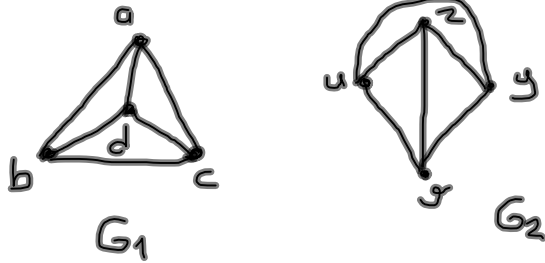


## Graf İzomorfizması

Eğer  $G_1 = (V_1, E_1)$  ve  $G_2 = (V_2, E_2)$  graflarının tepeleri ve ayrıtları arasında 1-1 uyumlu bir eşleme var ise  $G_1$  ve  $G_2$  ye izomorfik graflar denir.

Örnek:



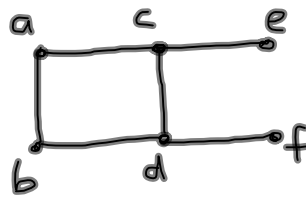
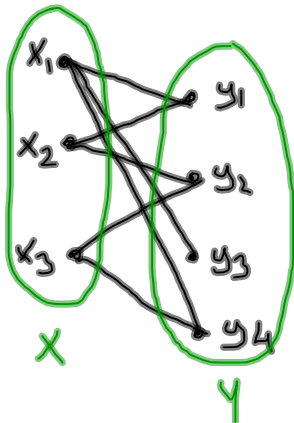
$$\begin{aligned} ab &\leftrightarrow uz & ac &\leftrightarrow zy & ad &\leftrightarrow zv & dc &\leftrightarrow vy \\ bc &\leftrightarrow uy & bd &\leftrightarrow uv & & & & \end{aligned}$$

2 grafin izomorfik olması için tepe ve ayrıtların sayıları eşit olması gerekir. Fakat bu yeter koşul değildir.

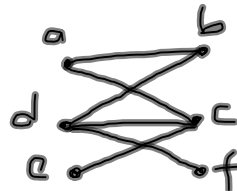
## İkili (Bipartite) Graflar

Bir  $G$  grafinde tüm ayrıtların bir uç noktası  $X$ 'te diğer uç noktası  $Y$ 'de olarak şekilde tepe noktalarının kümesi  $V$ 'yi ayrık ve boş olmayan  $X, Y$  kümelerinin birleşimi olarak yazabiliyorsak bu  $G$  grafini ikili graf denir.

$$G = (X \cup Y, E) \quad X \cap Y = \emptyset \quad X \neq Y \neq \emptyset$$



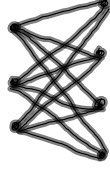
İkili graftır.



## Tam ikili graflar

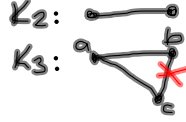
$K_{m,n}$  ile  $K_{n,m}$  izomorfiktir.

$K_{3,4}$ :



Soru: Tam graflardan hangileri  $(K_1, K_2, K_3, \dots)$  ikili graftır.

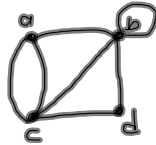
Sadece  $K_2$  ikili graftır.



Ödev: Tepe sayısı ( $n$ ) ve ayrıt sayısı ( $e$ ) toplamı 6 dan küçük olan ( $n+e \leq 5$ ) tüm grafların listesini yapın. Bu listede izomorfik graf olmasın. Bunların hangileri basit, tam, ikili ve tam ikili graflardır.

### Tepe Dereceleeri

Bir  $v \in V$  tepesinin derecesi  $o$  tepeye bağlı ayrıt sayısıdır. Bükleler (loop) iki sayılıdır. Bir  $v$  tepesinin derecesi  $d(v)$  ile gösterilir.



$$d(a) = 3$$

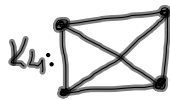
$$d(b) = 5$$

Teorem (Handshaking teoremi):  $G = (V, E)$  bir graf olsun.  $|V| = n$   $|E| = e$  olsun.

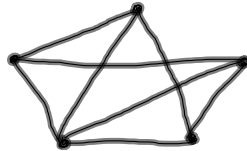
$$\sum_{i=1}^n d(v_i) = 2e$$

Not: Bir grafda derecesi tek olan tepelerin sayısı çifttir.

Tanım:  $k \in \mathbb{N}$  olsun. Bir  $G = (V, E)$  grafında  $\forall v \in V$  için  $d(v) = k$  ise bu graf  $k$ -düzenli ( $k$ -regular) graf denir.



3-düzenli



3-düzenli

Ödev: Hangi ikili tam graflar düzenlidir ve mertebesi kaçtır.

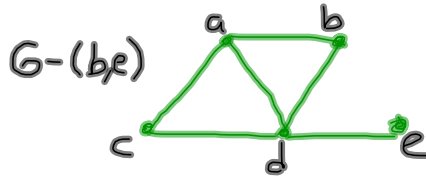
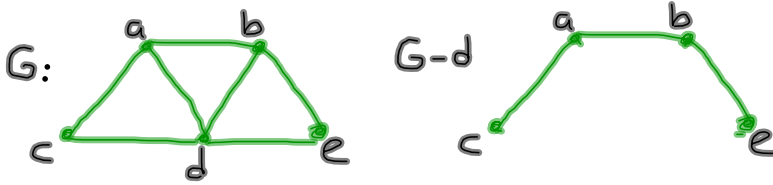
## Alt graflar

$G = (V, E)$  ve  $H = (V_1, E_1)$  grafları için  
eğer  $V_1 \subseteq V$  ve  $E_1 \subseteq E$  ise  $H$  graflına  
 $G$ 'nin alt grafi denir.



**Not:**  $G = (V, E)$  olsun.  $G - v = (V - \{v\}, \bar{E})$  grafi  
 $G$ 'den  $v$  tepesinin ve bu tepeye bağlı tüm  
ayrıtların atılmasıyla elde edilen graftır.

$G - e = (V, E - \{e\})$  grafi  $e$  ayrıtı silinmiş  
bir alt graftır.



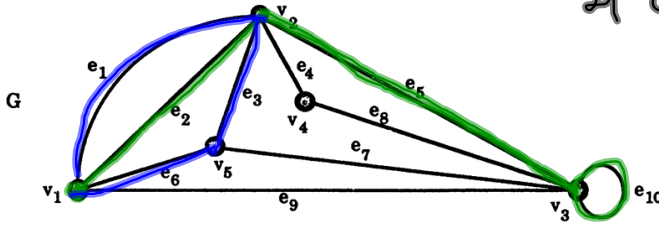
**Not:**  $G_1, G_2 \subseteq G$ . Eğer  $G_1$  ve  $G_2$  nin hiç  
ortok tepesi yok ise bu alt graflara ayrık alt  
graflar denir.

## Yollar ve Döngüler (Path & Cycles)

$G$  grafında bir yürüyüş (walk) sonlu adette  
tepeleer ve ayrıtların sıralı dizilimidir

$$w_1 = v_1 e_2 v_2 e_5 v_3 e_{10} v_3 e_5 v_2$$

4 uzunluklu açık yürüyüş



$$w_2 = v_1 e_1 v_2 e_3 v_5 e_6 v_1$$

3 uzunluklu kapalı yürüyüş