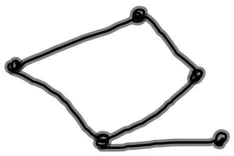
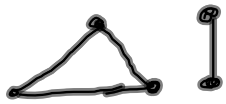
Tanım: Bir yürüyüşte tüm ayrıtlar farklı ise o yürüyüşe iz (trail), tüm tepeler farklı ise yol (path) denir.

Tanım: Bir G grafında her tepe çifti arasında bir yol var ise G'ye bağlı (birleştirilmiş) graf denir.



connected

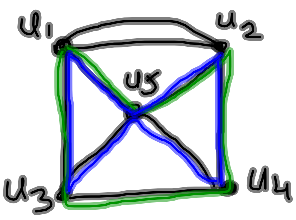


disconnected

Tanım: Bir kapalı iz $c = v_1 \dots v_1$'nin döngü olabilmesi için

1. c de en az bir ayrıt olmalı
2. başlangıç ve bitiş tepeleri arasındaki tüm tepeler farklı olmalı.

Örnek:



$c_1 = u_1 u_2 u_1$

$c_2 = u_1 u_3 u_1$ ✗

$c_3 = u_1 u_5 u_2 u_4 u_3 u_1$

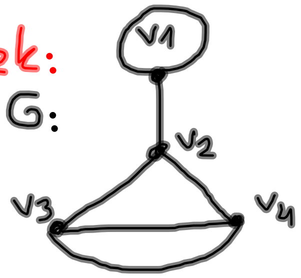
Grafların Matris ile Gösterimi

$G=(V,E)$ bir graf ve $V=\{v_1,\ldots,v_n\}$ olsun.

a_{ij} sayısı $(i,j=1,\ldots,n)$ v_i ve v_j tepeleri arasındaki ayrıt sayısı ise $A(G)=[a_{ij}]$ matrisi $n\times n$ boyutunda G grafının komşuluk matrisidir.

Örnek:

G:



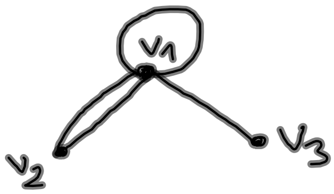
$$A(G)=\begin{bmatrix}1&1&0&0\\1&0&1&1\\0&1&0&2\\0&1&2&0\end{bmatrix}$$

simetrik matris

Örnek:

$$A(H)=\begin{bmatrix}1&2&1\\2&0&0\\1&0&0\end{bmatrix} \Rightarrow$$

H:



Not: $A^2(H)=A\cdot A$ matrisi bize H grafındaki v_i ve v_j tepeleri arasında uzunluğu 2 olan yürüyüş sayısını verir.

$$A^2(H)=\begin{bmatrix}1&2&1\\2&0&0\\1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2&1\\2&0&0\\1&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&2&1\\2&4&2\\1&2&1\end{bmatrix}$$

v_1-v_1 arasında 2 uzunluklu 6 adet farklı yürüyüş vardır.

Ağaçlar

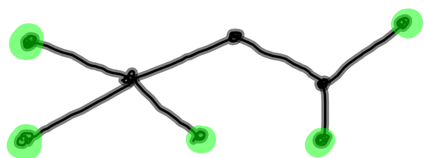
Bir G grafı eğer hiç döngü içermiyorsa G ye döngüsüz (acyclic) graf denir.

Yani döngüsüz graflarda bukle ve paralel ayrıt olmaz

Tanım: 1. Döngüsüz ve bağlı graflara ağaç denir.

2. Her tepe çifti arasında sadece ve sadece 1 yol olan grafa ağaç denir.

Örnek:

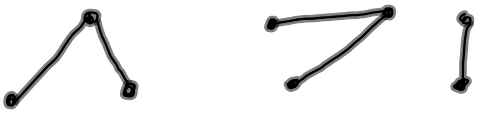


Yaprak: Ağaçta tek ayrıta sahip olan tepedir

Not: n tepeli bir ağaçta ayrıt sayısı $n-1$ dir

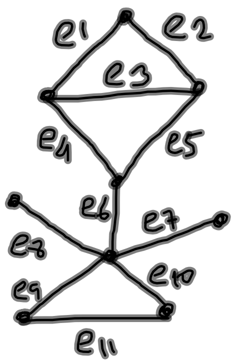
$n=2$ $|E|=1$ $n=3$ $|E|=2$ $n=4$ $|E|=3$

Tanım: Bağlantısız bir G grafında tüm bağlı bileşenler bir ağaç ise G'ye orman (forest) denir.



orman

Köprüler (Bridges)

G: 

G grafında bir ayrıtı silersek grafta bağlı bileşen sayısı ya değişmez ya da 1 artar.

$G - e_3$ altgrafı hala bağlıdır.

Ama $G - e_6$ altgrafı bağlantısızdır. O zaman e_6 ayrıtı köprüdür.

Tanım: $w(G-e) = w(G)+1$ ise e ayrıtına köprü denir. w bileşen sayısı demektir.

Teorem: Bir G grafında e ayrıtı bir köprü ise e G de hiç bir döngüde yer almaz.